

极端质量比旋近及其探测*

范会敏¹, 胡一鸣², 訾铁光²

1. 华中科技大学引力中心, 湖北 武汉 430074
2. “天琴计划”教育部重点实验室, 中山大学天琴中心 & 物理与天文学院, 天琴前沿科学中心, 国家航天局引力波研究中心, 广东 珠海 519082

摘要: 极端质量比旋近 (EMRI) 是指由恒星级质量天体与大质量黑洞组成的双星系统。它们在科学上具有极高的价值, 可以用来检验广义相对论以及探索黑洞的本质。本文描述 EMRIs 的形成图景、科学意义以及研究现状, 通过计算天琴对 EMRIs 的探测视界距离、探测率和参数估计精度, 获得了天琴对 EMRIs 的探测能力。我们发现: 天琴可探测到红移 $z \sim 2$ 处的 EMRI 引力波源, 在乐观天文学模型下, 天琴每年可探测到几十到上百个 EMRIs 事件, 天琴对 EMRI 内禀参数估计精度可达到 10^{-6} 量级, 对光度距离的估计精度可达约 10%, 对空间方位的定位精度可达约 10 deg^2 。天琴对 EMRI 的观测还可以对黑洞四极矩进行限制, 限制能力达到 10^{-4} 量级。

关键词: 极端质量比旋近; 天琴; 无毛定理

中图分类号: P142.9 **文献标志码:** A **文章编号:** 0529-6579 (2021) 01-0031-10

The gravitational wave source of extreme-mass-ratio inspirals and its detection

FAN Huimin¹, HU Yiming², ZI Tieguang²

1. Gravity Center of Huazhong University of Science and Technology, Wuhan 430074, China
2. MOE Key Laboratory of TianQin Mission, TianQin Research Center for Gravitational Physics & School of Physics and Astronomy, Frontiers Science Center for TianQin, CNSA Research Center for Gravitational Waves, Sun Yat-sen University (Zhuhai Campus), Zhuhai 519082, China

Abstract: Extreme-mass-ratio inspirals are systems consisting of a massive black hole (MBH) and a stellar-origin compact object (CO). It has great scientific significance, such as testing general relativity and exploring the black hole nature. In this paper, we describe the formation picture, the scientific value, and the current research of EMRIs, and through calculating the EMRI rate and parameter estimation, we get the detectability of TianQin on EMRIs. We find that TianQin can observe EMRIs up to redshift $z \sim 2$. We also find that EMRI detections could reach tens or hundreds per year in the most optimistic astrophysical scenarios. Intrinsic parameters are expected to be recovered to within fractional errors of $\sim 10^{-6}$, while typical errors on the luminosity distance and sky localization are 10% and 10 deg^2 , respectively. EMRIs can also be used to constrain possible deviations from the Kerr quadrupole moment to within fractional errors $\sim 10^{-4}$.

Key words: extreme-mass-ratio inspirals; TianQin; no-hair theorem

* 收稿日期: 2020-11-05 录用日期: 2020-11-13 网络首发日期: 2021-01-14

基金项目: 广东省基础与应用基础重大项目 (2019B030302001); 国家自然科学基金 (11703098)

作者简介: 范会敏 (1991年生), 女; 研究方向: 引力波理论; E-mail: fanhm@hust.edu.cn

通信作者: 胡一鸣 (1989年生), 男; 研究方向: 引力波天文学、引力波数据处理; E-mail: huyiming@sysu.edu.cn

1 EMRI 及其研究现状

近年来,通过对星系中心星体或气体的观测及其动力学性质的研究,可以确定星系中心普遍存在大质量的致密而黑暗的天体,通常将其视作大质量黑洞存在的有力观测证据^[1-4]。尤其引人注目的是,对于我们所处的银河系的长期观测表明,在银河系中心存在一个 $(3\sim 4) \times 10^6 M_{\odot}$ 的致密区域。对 S02 等恒星的轨迹研究表明,其尺度极小,进而可以排除由许多小质量致密天体构成中心引力势的可能性^[5-6]。通过 NGC4258 周围的气体盘开展水脉泽观测,通过极高分辨率的 VLBI 观测,同样可以排除多个致密天体产生引力势的替代假设^[7]。事件视界望远镜 (Event Horizon Telescope, EHT) 更是通过 VLBI 的观测,对黑洞视界附近的现象实现了直接成像^[8],对 EHT 在 2017 年 4 月份的四个夜晚的联合观测的数据分析显示,在 M87 星系中心, EHT 观测到了一个非对称的直径为 $(42 \pm 3) \mu\text{as}$ 致密射电源。这一现象与质量为 $(6.5 \pm 0.7) \times 10^9 M_{\odot}$ 的 Kerr 黑洞所产生的阴影一致。其周围非对称的亮环可以由等离子体辐射的相对论性射束 (relativistic beaming) 效应解释^[9-13]。

在星系中心的核区,除了中心的大质量黑洞之外,还有大量的小质量天体,聚集在大约几秒差距的尺度内。一般预期,核区的质量密度 $\sim 10^6 \text{ pc}^{-3}$,并以 $100\sim 1000 \text{ km/s}$ 的高速运动着^[14-15]。实际上,大质量黑洞与其宿主星系之间的相互作用,很大程度上是藉由中心核区实现的。如果恒星靠近大质量黑洞太过接近,大质量黑洞的引潮力可能会将恒星变形、撕裂,从而形成潮汐瓦解事件 (TDE)^[16-18]。假设一颗类太阳的恒星发生 TDE,考虑其多方指数为 3,则其潮汐瓦解半径为:

$$r_t \approx 1.4 \times 10^{11} \left(\frac{M}{M_{\odot}} \right)^{1/3} \text{ cm}. \quad (1)$$

如果接近大质量黑洞的天体密度增加,那么其瓦解半径将会减小。更进一步地,小天体的碰撞参数也足够大,能避免小天体直接掉落进大质量黑洞的视界中,那么这就构成了一种极为有趣的研究对象:这种一大一小、质量比极其悬殊的双星系统,将成为一种极佳的引力波源,我们通常称之为极端质量比旋近 (EMRI)。

EMRI 在天体物理、宇宙学和基础物理等方面都有着极高的研究价值^[19]。

从天体物理角度来说,小天体围绕大质量黑洞旋转靠近并辐射引力波,绕转圈数可达 10^5 量级。这使得 EMRI 内禀参数任何微小的偏离都会经过累积在波形相位上有很明显的体现。因此,通过探测 EMRI,可以实现对大质量黑洞质量、小天体质量、大质量黑洞自旋、轨道离心率等的精确测量^[19]。EMRI 还可用以发现大质量黑洞周围的物质存在。当大质量黑洞周围有物质存在时,这些物质会对小天体产生力矩的作用,改变小天体的运行轨迹,进而影响 EMRI 波形^[20]。

从宇宙学角度来说,EMRI 可以作为标准汽笛对宇宙学参数进行限制^[21]。通过现有的不同观测方法得到的哈勃常数出现了不相符的现象^[22],说明哈勃常数的测量中还有未被发现的系统误差。EMRI 提供了另一种方式来限制宇宙学参数。一般情况下,可以利用巡天星系目录获得 EMRI 潜在宿主星系的统计红移信息,结合探测器测量到的 EMRI 引力波源的光度距离,对哈勃参数做出限制^[21, 23]。当大质量黑洞周围存在吸积盘时,EMRI 信号将伴随有电磁辐射信号的产生,结合测量电磁信号获得的红移信息以及测量 EMRI 信号获得的光度距离信息即可对哈勃参数做出限制^[24-26]。

从基础物理角度来说,EMRI 可以用来检验广义相对论和黑洞本质^[27]。由于致密天体有较长时间处在在大质量黑洞的强引力场下,EMRI 引力波波形中将包含大量的强场区域时空性质的信息。这些信息与广义相对论及其中的黑洞预言的偏离可能包含新物理的迹象。无毛定理认为,黑洞的时空几何完全由两个物理量即黑洞质量 M 和自旋 S 表征。特别的, Kerr 时空的多极矩满足 $M_l + iS_l = M (ia)^l$,对多极矩的探测可以验证中心天体是否是 Kerr 黑洞^[28-31]。当前也存在多种修改引力理论,如 Brans-Dicke 引力理论^[32-34]、标量 Gauss-Bonnet 引力理论^[35]、 $f(R)$ 引力理论^[36] 等。不同引力理论下,产生的 EMRI 波形不同,通过分析 EMRI 波形,可以对引力理论进行检验。

研究 EMRI,探索 EMRI 科学价值^[37-42],需要理解产生 EMRI 事件的天文学机制^[43-45],获取 EMRI 的模拟源表,同时也需要一个非常精确的理论模型计算 EMRI 波形^[46-50]。而实现 EMRI 探测,还需要有效的数据处理搜索算法^[51-55]。

EMRI 模拟源表的生成主要与大质量黑洞的质量函数、大质量黑洞周围小天体的数密度以及捕获率相关^[56]。在 Babak 等的工作中,描述大质量

黑洞质量函数的模型有 Barausse 给出的乐观模型^[57-58]以及 Gair 给出的另一种较为悲观的模型^[59]。同时,不是所有的大质量黑洞都能形成 EMRI 事件,只有当大质量黑洞周围围绕的小天体密度足够高时,即形成数密度尖峰,小天体之间才易发生两体弛豫现象使得一部分小天体被抛向中心大质量黑洞,形成 EMRI。当星系发生并合时,会损坏小天体形成的尖峰密度结构,其重新生长需要时间,这又与大质量黑洞质量和星系核球的速度弥散关系 ($M-\sigma$ 关系) 相关^[60-63]。大质量黑洞对小天体的捕获率与自身质量、自旋等多种因素相关。动力学演化使质量更大的小天体更靠近星系中心,由此产生质量分层效应^[64],小天体径向频率和极化频率的比值等于两个互质的整数之比时将产生共振弛豫现象^[65]。这些都导致小天体的捕获率计算不确定性很大,至今仍是一个开放性的问题。

小天体围绕中心大质量黑洞旋近的运动轨迹十分复杂,这使得 EMRI 波形计算十分困难。对于一个典型的检验粒子来说,其围绕中心大质量黑洞的运行轨迹为 Kerr 测地线,而小天体具有一定的体积,会对 Kerr 的时空背景产生扰动并进一步反作用到小天体上,这就导致小天体的运动轨迹逐步偏离 Kerr 测地线。在 EMRI 波形计算中,将这种考虑小天体自引力的 EMRI 波形计算方法称作 self-force。Self-force 方法计算 EMRI 波形比较困难,几种近似替代方法包括 Teukolsky-based 方法^[48]、analytic kludge (AK)^[47]、NK (numerical kludge)^[66]、augmented analytic kludge (AAK)^[67-70]以及 effective one body (EOB)^[49, 71]等。其中,Teukolsky-based 方法和 NK 方法将小天体的轨道近似看作 Kerr 测地线,在此基础上,分别利用 Teukolsky 方程和四极近似求解 EMRI 波形。Teukolsky-based 方法和 NK 方法计算波形精度较高,但速度较慢,无法满足实际需要。AK 方法在后牛顿方程中加入辐射反作用力、近心点进动和 Lense-Thirring 进动,从而获得小天体的运行轨迹。与 NK 一样,AK 利用四极近似求解 EMRI 波形。AK 方法过高的计算了小天体的轨道频率,得到的 EMRI 波形与实际偏差较大,但计算速度快,且波形具有 EMRI 的主要特征。AAK 通过构造三维同构函数对 AK 方法中小天体的轨道频率进行校正,提高了 AK 波形的计算精度。同时,AAK 在计算速度上,相较于 NK,也有了大幅提升。除上述方法外,近些

年应用起来的 EOB 计算 EMRI 波形的的方法主要是将双星系统动力学看作单个有效粒子在质量为双星之和的近史瓦西时空中的运动。当前,EOB 近似计算 EMRI 波形还仅适用于如赤道面等特殊轨道,对于一般轨道的 EMRI 波形计算,EOB 方法还有待进一步的完善。

从探测数据中找出 EMRI 信号是实现 EMRI 探测的关键。由于 EMRI 参数空间很大且信号时间很长,利用匹配滤波方法提取 EMRI 波形对现有计算机的计算能力来说几乎不可行,因此需要寻求匹配滤波的替代方法,如时间-频率算法。该方法将数据等分为较短的时间段,并对每一小段的数据做傅里叶变换,画出时频图,获得不同时间段内的频率变化。当存在引力波信号时,引力波频率就会在时频图中反映出来。该方法仅能判断数据中是否包含引力波信号,而无法提供关于源参数的信息^[46]。人们在此基础上加以改进,提出了 HACR 等一系列方法,使得不仅可以判定数据中是否包含引力波信号,也可以提取源参数的相关信息^[72-73]。

2 EMRI 源表及波形模拟

根据 Babak 等的工作^[56],EMRI 模拟源表可通过对以下公式进行蒙特卡洛撒点生成:

$$R(M, z, a) = \frac{d^3 N}{dM dz da} \times p_0(M, z) \times \kappa \Gamma R_0(M), \quad (2)$$

其中 M, z, a 分别是大质量黑洞的质量、红移和自旋。(2) 式右边的各项为:

1) $d^3 N/(dM dz da)$ 是与红移有关的质量函数。 $z = 0$ 处的大质量黑洞的质量函数与两种情形选取相关。一种是由 Barausse 等人发展的半解析模型 (SAM), SAM 可以追踪宇宙历史得到大质量黑洞质量和自旋的演化,其得到的质量函数为 $dN/d\log M \propto M^{-0.3}$, 质量范围为 $10^4 M_\odot < M < 10^7 M_\odot$, 这一情形对应当前观测的上限。第二种情形是选取了一个经验函数 $dN/d\log M \propto M^{0.3}$, 质量范围同样为 $10^4 M_\odot < M < 10^7 M_\odot$, 这一情形对应当前观测的下限。

2) $p_0(M, z)$ 描述的是红移 z 处, 质量为 M 的大质量黑洞周围小天体数密度呈尖峰分布的概率, 即可能形成 EMRI 的概率。当两个星系发生并合时, 小天体形成的尖峰结构就会被破坏掉。在两个星系完成并合之后, 其周围的小天体在一定的弛豫时间之后, 又会重新生长成尖峰结构。SAM

模型通过追踪星系及其内部大质量黑洞的并合,并估算尖峰结构生长所需的时间,从而得到每个大质量黑洞可能形成 EMRI 的概率。

3) $R_0(M)$ 是大质量黑洞对致密小天体的捕获率。尽管实际中这一捕获率与红移等其他参数都有关系,简化起见 $R_0(M)$ 仍被认为仅与大质量黑洞的质量有关。

4) κ 和 Γ 是 $R_0(M)$ 的两个修正因子,这是为了保证大质量黑洞不会因为大量的 EMRI 事件和其它的 Plunge 事件导致质量过快增长。

EMRI 事件率计算除与选择的两种不同的质量函数相关之外,还与其它一些天文学因素相关,包括:

1) 在致密小天体捕获事件中, Plunge 事件与 EMRI 事件的比率。最近的模拟显示 Plunge 事件比 EMRI 事件发生的更频繁,这对一个给定的大质量黑洞的 EMRI 事件率有很大的影响^[56]。

2) 大质量黑洞与星系的关系在计算 $p_0(M, z)$ 函数上是很重要的。事实上,尖峰结构的重新生长依赖于星系核的性质,而星系核的质量可以通过大质量黑洞与星系的关系从大质量黑洞质量中得到。

3) 大质量黑洞的自旋分布。这对 EMRI 的捕获率和 EMRI 波形都有很大的影响,因此也意味着对探测率有很大的影响。

4) 小天体的质量也会影响 EMRI 的事件率以及 EMRI 波形,我们的计算中,大多数的模型选取的是 $10 M_\odot$, 但部分模型选取的是 $30 M_\odot$ 。

我们的计算考虑了经不同选择组合后得到的 12 组天文学模型下的模拟源表,得到的 EMRI 的事件率从 10 yr^{-1} 到 $2 \times 10^4 \text{ yr}^{-1}$ 不等。

综合几种波形计算方法的优劣,基于计算速度的需要,我们选取了 AK 方法来获得 EMRI 的波形。在 AK 方法中, EMRI 共有 14 个参数,分别是:

$$t_0, \mu, M, \tilde{S}, e_{\text{LSO}}, \tilde{\gamma}_0, \Phi_0, \theta_s, \Phi_s, \lambda, \alpha_0, \theta_k, \phi_k, D,$$

其中 t_0 是小天体到达 Kerr 黑洞最内稳定轨道的时间, μ 和 M 分别是小天体的质量和中心黑洞的质量, \tilde{S} 是中心黑洞自旋, e_{LSO} 是小天体在最内稳定轨道处的轨道离心率, $\tilde{\gamma}_0$ 是轨道近心点的进动角, Φ_0 是轨道面的真值角, (θ_s, ϕ_s) 是 EMRI 源的方位角, (θ_k, ϕ_k) 是黑洞自旋的方位角, α_0 是小天体的 Lense-Thirring 进动角, λ 是小天体轨道角动量与中心黑洞自旋之间的夹角, D 是 EMRI 源的距离。

对公式 (2) 进行蒙特卡洛撒点可以获得 EMRI 波源随 M, m, a, λ, z 的分布,其中 z 是 EMRI 源的红移, $a = S/M^2$ 是中心黑洞自旋幅值。由于天琴的观测时间为 5 年,选取 EMRI 源的并合时间随机分布在 $(0, 5 \text{ yr})$ 当中。我们选取 EMRI 源均匀分布在空间当中,大质量黑洞自旋方位角各向同性, $\Phi_0, \tilde{\gamma}, \alpha$ 均匀分布在 $(0, 2\pi)$ 当中, e_{LSO} 均匀分布在 $(0, 0.2)$ 当中。同时,我们选取了两种模式来进行 EMRI 波形截断,分别对应 Schwarzschild 最内稳定轨道和 Kerr 最内稳定轨道,称为 AKS 和 AKK 波形。

3 天琴对 EMRI 的探测能力

3.1 探测视界距离

通过计算探测视界距离,可以就天琴对 EMRI 的探测能力进行初步评估。探测视界距离即一个给定 EMRI 源,在最佳观测条件下,可以被探测到的最远距离,或等价的 SNR 超过探测阈值 20 的最远距离。

图 1 展示了探测视界距离随大质量黑洞质量的变化关系图,紫色的曲线对应的是 AKK 波形下计算得到的探测视界距离,黑色的曲线对应的是 AKS 波形下计算得到的探测视界距离。可以看到,AKK 波形下,天琴可以探测到更大范围的 EMRI 事件,最大的探测视界距离约 18 Gpc,对应的大质量黑洞质量约 $4 \times 10^5 M_\odot$, 相比而言,AKS 波形下,天琴探测范围相对较小,可探测到的最大探测视界距离约 10 Gpc,大质量黑洞的质量约 $2 \times 10^5 M_\odot$ 。出现这些特点的原因是因为在 AKK 截断下,同向旋转的小天体的并合位置更靠近大质量黑洞,可以累积更高的信噪比。因此,在同样的探测阈值下,AKK 波形可以探测到更远的 EMRI 事件;同时,对于同样的 EMRI 系统,AKK 波形会产生更高的频率,这对于较高质量的 EMRI 系统来说尤为重要,EMRI 波形频率与大质量黑洞质量成反比,较高质量的 EMRI 系统在 Schwarzschild 最内稳定轨道到 Kerr 最内稳定轨道之间辐射的引力波频率更易落入天琴的探测灵敏区间,当采用 AKS 波形截断时,这部分高质量 EMRI 系统的 SNR 被压缩了。

3.2 探测率

表 1 是不同天文学模型下天琴对 EMRI 的探测率,其中括号内的数据对应的是在 AKS 波形截断下的探测率,括号外的数据对应的是在 AKK 波形截断下的探测率。表格的最右栏中展示的是每个

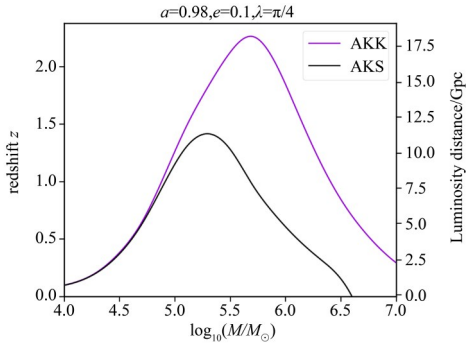


图 1 天琴对 EMRI 的探测视界距离随大质量黑洞质量的变化

Fig. 1 TianQin's horizon distance for EMRI systems as a function of the MBH mass

表 1 不同天文学模型下天琴对 EMRI 的预期探测率

Table 1 The expected detection rate of EMRIs with TianQin for different astrophysical models

模型	事件率 / (yr ⁻¹)	不同质量范围天琴对 EMRI 的探测率/(yr ⁻¹)			总探测率
		$M_{10} < 5$	$5 < M_{10} < 6$	$6 < M_{10}$	
M1	1 600	1 (1)	25 (11)	8 (1)	34 (13)
M2	1 400	0 (0)	18 (12)	2 (0)	20 (12)
M3	2 770	0 (0)	83 (28)	27 (2)	110 (30)
M4	520	1 (0)	42 (28)	7 (3)	49 (31)
M5	140	0 (0)	4 (2)	4 (0)	8 (2)
M6	2 080	1 (1)	40 (22)	23 (0)	64 (23)
M7	15 800	18 (18)	187 (121)	55 (4)	260 (143)
M8	180	0 (0)	5 (0)	1 (0)	6 (0)
M9	1 530	2 (1)	16 (14)	2 (1)	20 (16)
M10	1 520	0 (0)	18 (14)	0 (0)	18 (14)
M11	13	0 (0)	0 (0)	0 (0)	0 (0)
M12	20 000	13 (11)	273 (113)	150 (2)	436 (126)

从表 1 和图 1 中, 我们也可以发现天琴容易探测到的 EMRI 源的大质量黑洞质量的分布区间为 $10^5 \sim 10^6 M_{\odot}$ 。这一特征在天琴对大质量双黑洞并合的探测中也同样适用。出现这一特征的原因主要与天琴的探测灵敏频带和大质量黑洞质量与引力波信号的峰值频率关系有关。

3.3 源参数的估计能力

EMRI 科学目标的实现依赖于对 EMRI 源参数的精确测量。从图 2 和图 3 中, 我们可以看到, 不同天文学模型下得到的参数估计结果并没有太大的不同, 这在 LISA 的参数估计结果中^[56]也有所呈现。我们还可以看到, AKK 和 AKS 波形下得到的参数估计结果也较为相似。对于同向旋转的 EMRI 源来说, AKK 会比 AKS 累积更高的信噪比。因此, 在 AKK 波形下会得到更好的参数估计结果。对于反向旋转的 EMRI 源来说, AKS 会比 AKK 累积更高信噪比, 因此在 AKS 波形下会有更好的参数结果。

模型整体的探测率, 中间三栏展示的是位于不同质量范围 ($M_{10} < 5, 5 < M_{10} < 6, 6 < M_{10}$) 的探测率, 其中 $M_{10} \equiv \log(M/M_{\odot})$ 。从表格中可以看到, 对于大多数的模型, 无论是 AKS 还是 AKK, 天琴每年都可观测到几十甚至上百个 EMRI 事件。而 M5, M8, M11 的探测数明显很少, 原因主要是模型自身的事件率很低。同时, AKK 比 AKS 可以探测到明显更多的事件。这是因为同向旋转的 EMRI 事件要超出反向旋转的 EMRI 事件 40%, 而同向旋转意味着小天体的并合位置与大质量黑洞的距离更近, 因此可以累积更多的信噪比。

在天琴可探测到的 EMRI 事件中, 绝大多数是同向旋转, 理论预期 AKK 应该比 AKS 得到更好的参数估计结果。但由于很大一部分源仅能在 AKK 波形下观测到, 而 AKS 波形下观测不到, 这就导致 AKK 原本应该有的更好的结果被这部分信噪比较低的事件模糊掉了。从这点出发, 图 2 和图 3 揭示了 SNR 与参数估计之间的一种紧密的联系。

同时, 图 2 和图 3 也显示了内禀参数和外禀参数估计结果的一个很大的不同。内禀参数指的是与源自身性质相关的量, 如红移质量 M_z , 大质量黑洞自旋 a , 红移质量 m_z , 小天体轨道离心率 e_0 。内禀参数与引力波波形相位相关, EMRI 信噪比的主要贡献来自于并合前的最后一年, 对应观测时间 $\sim 10^7$ s, 假定 EMRI 的典型频率为 10^{-2} Hz, 则小天体在最后一年围绕大质量黑洞绕转圈数 $\sim 10^5$, 小天体围绕大质量黑洞循环如此多的周期使得内禀参数即使一个很小的偏离都能在波形相位上有

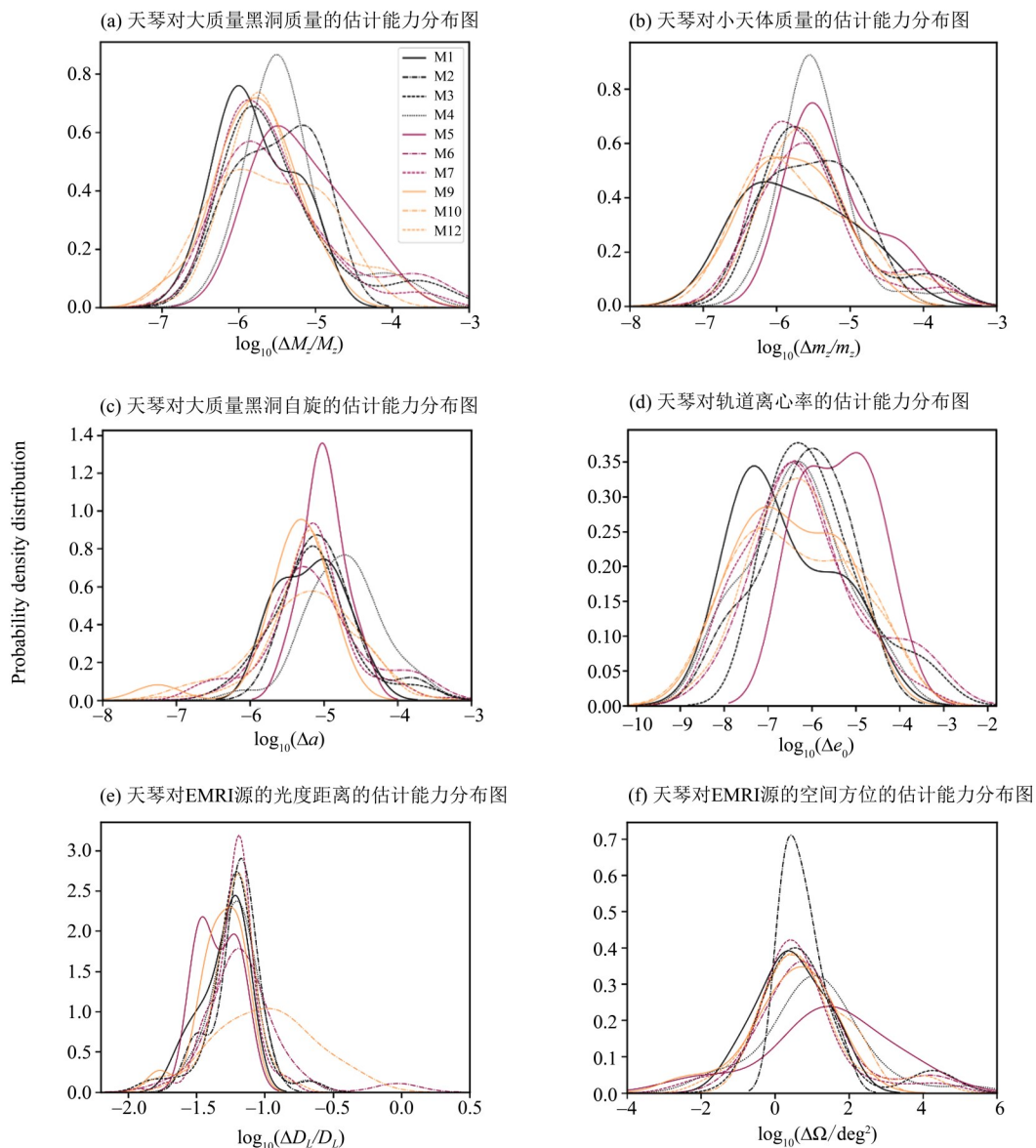


图 2 AKS 波形下, 天琴对各天文学模型下的 EMRI 参数估计能力分布图

Fig. 2 The parameter estimation precision distribution for various astrophysical models, assuming AKS waveforms

很明显的体现, 这在原理上是可以被探测到的。外禀参数是与外在条件如探测器位置相关的量, 如光度距离 D_L , 源的空间方位 (θ_s, ϕ_s) 。外禀参数主要影响引力波振幅, 因此其参数估计精度相对较差。天琴是一个以地球为中心围绕太阳旋转的空间引力波探测器, 这意味着相比地面探测器而言, 天琴探测器可以提高对 EMRI 源的空间定位精度, 在测量宇宙学参数方面具有极高的价值。

3.4 对四极矩的限制能力

黑洞无毛定理提出 Kerr 黑洞质量四极矩 Q_k 为

$$Q_k = M_2 = -\frac{S^2}{M}. \quad (3)$$

通过从 EMRI 引力波中提取黑洞四极矩 Q , 质

量 M , 自旋 S 信息, 并计算它们是否满足公式 (3), 即可对无毛定理进行检验。

图 4 展示了在 AKS 和 AKK 波形下, 天琴利用 EMRI 对四极矩的限制能力。从图中可以看出, 天琴对 EMRI 四极矩的参数估计精度可达到 10^{-4} 量级。

4 总 结

EMRI 在科学上具有极高的价值。当前, EMRI 的研究工作有很多, 主要可分为 EMRI 形成机制的探索、事件率计算、波形计算以及数据处理等。我们计算了天琴对 EMRI 的探测能力, 发现除极悲观模型外, 天琴在运行期间观测到的 EMRI 事件数

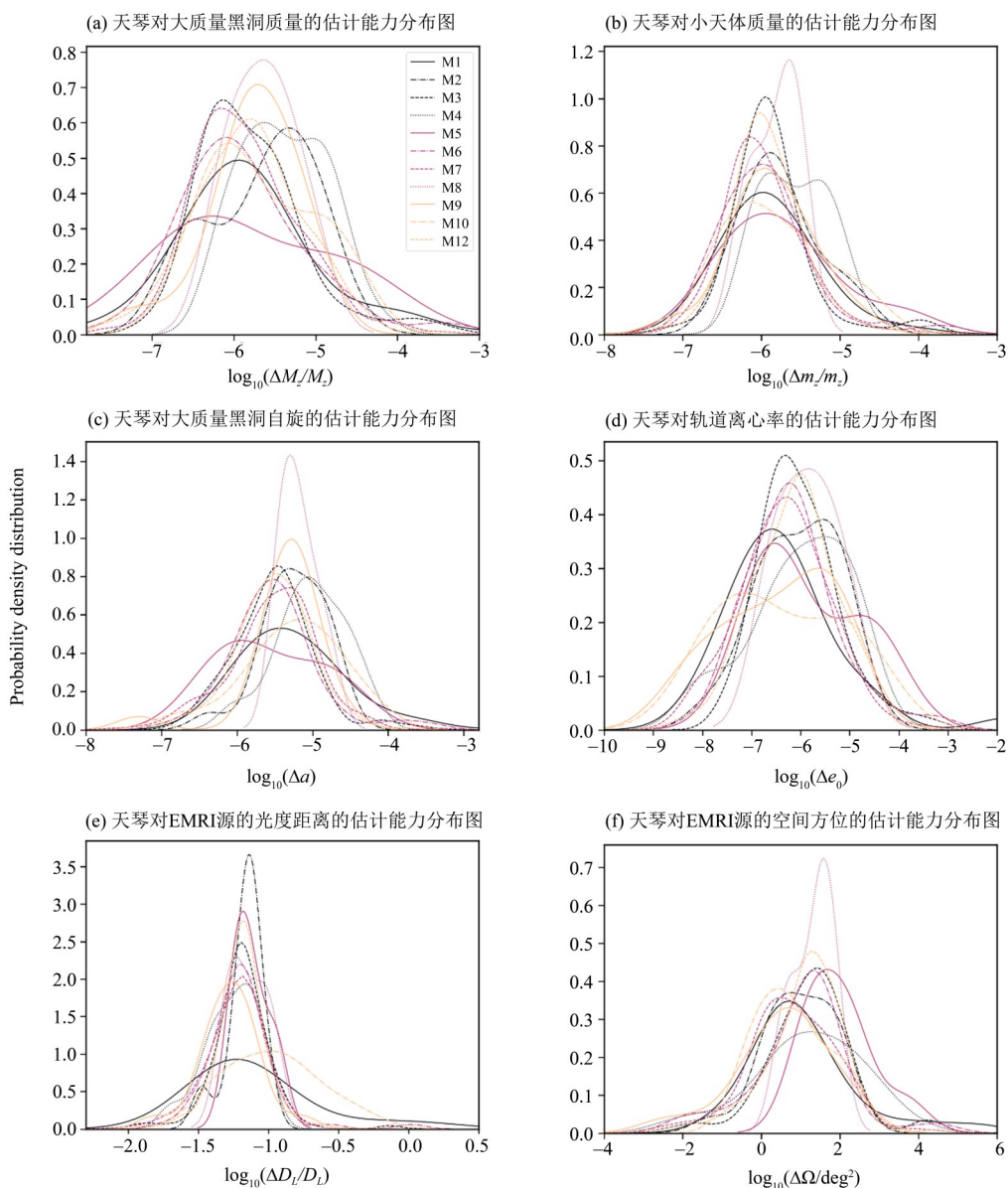


图3 AKK 波形下, 天琴对各天文学模型下的 EMRI 参数估计能力分布图

Fig. 3 The parameter estimation precision distribution for various astrophysical models, assuming AKK waveforms

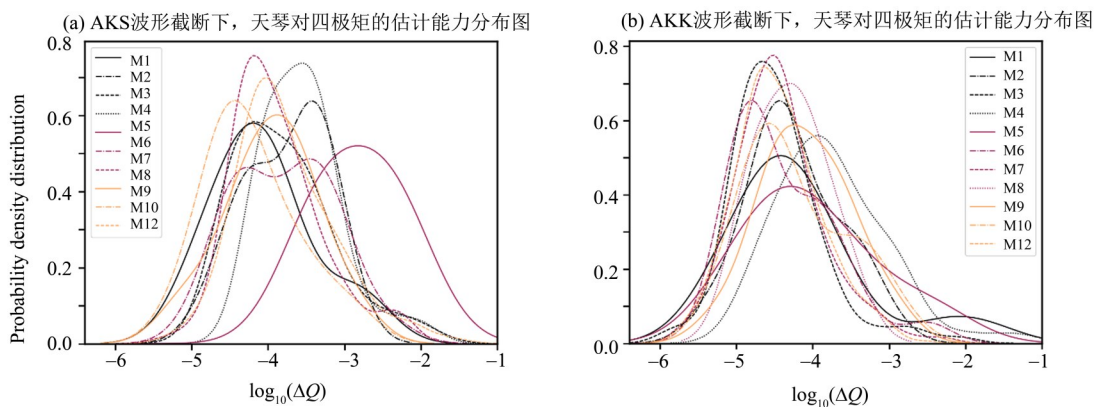


图4 在 AKS 和 AKK 波形下, 天琴对四极矩的参数估计精度分布图, 其中 $\Delta Q = (Q - Q_i)/M^3$

Fig. 4 The constraint on the deviation of the quadrupole moment Q , for AKS and AKK waveforms

从几十到上千个不等, 天琴对 EMRI 内禀参数的估计精度约 10^{-6} 量级, 对光度距离的典型参数估计精度约为 10% 量级, 对空间定位的典型估计精度约

为 10 deg^2 量级, 此外, 天琴利用 EMRI 对黑洞四极矩的限制能力约为 10^{-4} 量级。

参考文献:

- [1] GEBHARD T, RICH R M, HO L C. A 20 thousand solar mass black hole in the stellar cluster G1 [J]. *The Astrophysical Journal Letters*, 2002, 578: L41–L46.
- [2] FERRARESE L, POGGE R W, PETERSON B M, et al. Supermassive black holes in active galactic nuclei. I. The consistency of black hole masses in quiescent and active galaxies [J]. *The Astrophysical Journal Letters*, 2001, 555: L79.
- [3] GENZEL R, EISENHAUER F, GILLESSEN S. The galactic center massive black hole and nuclear star cluster [J]. *Reviews of Modern Physics*, 2010, 82: 3121.
- [4] KORMENDY J, HO L C. Coevolution (or not) of supermassive black holes and host galaxies [J]. *Annual Review of Astronomy and Astrophysics*, 2013, 51: 511–653.
- [5] EISENHAUER F, GENZEL R, ALEXANDER T, et al. SINFONI in the galactic center: young stars and infrared flares in the central light-month [J]. *The Astrophysical Journal*, 2005, 628: 246–259.
- [6] DO T, HEES A, GHEZ A, et al. Relativistic redshift of the star S0–2 orbiting the Galactic center supermassive black hole [J]. *Science*, 2019, 365: 664–668.
- [7] MIYOSHI M, MORAN J, HERRNSTEIN J, et al. Evidence for a black hole from high rotation velocities in a sub-parsec region of NGC4258 [J]. *Nature*, 1995, 373: 127.
- [8] AKIYAMA K, ALBERDI A, ALEF W, et al. First M87 event horizon telescope results. I. The shadow of the supermassive black hole [J]. *The Astrophysical Journal Letters*, 2019, 875: L1.
- [9] AKIYAMA K, ALBERDI A, ALEF W, et al. First M87 event horizon telescope results. II. Array and instrumentation [J]. *The Astrophysical Journal Letters*, 2019, 875: L2.
- [10] AKIYAMA K, ALBERDI A, ALEF W, et al. First M87 event horizon telescope results. III. Data processing and calibration [J]. *The Astrophysical Journal Letters*, 2019, 875: L3.
- [11] AKIYAMA K, ALBERDI A, ALEF W, et al. First M87 event horizon telescope results. IV. Imaging the central supermassive black hole [J]. *The Astrophysical Journal Letters*, 2019, 875: L4.
- [12] AKIYAMA K, ALBERDI A, ALEF W, et al. First M87 event horizon telescope results. V. Physical origin of the asymmetric ring [J]. *The Astrophysical Journal Letters*, 2019, 875: L5.
- [13] AKIYAMA K, ALBERDI A, ALEF W, et al. First M87 event horizon telescope results. VI. The shadow and mass of the central black hole [J]. *The Astrophysical Journal Letters*, 2019, 875: L6.
- [14] MERRITT D. Dynamics and evolution of galactic nuclei [M]. Princeton: Princeton University Press, 2013.
- [15] MURPHY B W. The formation of stellar cusps in galactic nuclei [J]. *Astronomical Society of the Pacific Conference Series*, 2011, 439: 189.
- [16] FRANK J, REES M J. Effects of massive black holes on dense stellar systems [J]. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 1976, 176: 633–647.
- [17] CARTER B, LUMINET J P. Tidal compression of a star by a large black hole. I Mechanical evolution and nuclear energy release by proton capture [J]. *Astronomy and Astrophysics*, 1983, 121: 97–113.
- [18] KOMOSSA S. Tidal disruption of stars by supermassive black holes: Status of observations [J]. *Journal of High Energy Astrophysics*, 2015, 7: 148–157.
- [19] AMARO P, GAIR J R, FREITAG M, et al. Intermediate and extreme mass-ratio inspirals – Astrophysics, science applications and detection using LISA [J]. *Classical and Quantum Gravity*, 2007, 24: R113–R169.
- [20] HANNUKSELA O A, NG K C Y, LI T G F. Extreme dark matter tests with extreme mass ratio inspirals [J]. *Physical Review D*, 2020, 102: 103022.
- [21] SCHUTZ B F. Determining the Hubble constant from gravitational wave observations [J]. *Nature*, 2013, 323: 310.
- [22] FREEDMAN W L. Cosmology at crossroads: Tension with the Hubble constant [J]. *Nature Astronomy*, 2017, 1: 0169.
- [23] MACLEOD C L, HOGAN C J. Precision of Hubble constant derived using black hole binary absolute distances and statistical redshift information [J]. *Physical Review D*, 2008, 77: 043512.
- [24] WANG Y Y, WANG F Y, ZOU Y C, et al. A bright electromagnetic counterpart to extreme mass ratio inspirals [J]. *The Astrophysical Journal Letters*, 2019, 886: L22.

- [25] GEZARI S, CHORNOCK R, REST A, et al. An ultra-violet - optical flare from the tidal disruption of a helium-rich stellar core [J]. *Nature*, 2012, 485: 217-220.
- [26] CHEN X, AMARO P. A rapidly evolving region in the galactic center: why S-stars thermalize and more massive stars are missing [J]. *The Astrophysical Journal Letters*, 2014, 786: L14.
- [27] AMARO P. X-MRIs: extremely large mass-ratio inspirals [J]. *Physical Review D*, 2019, 99: 123025.
- [28] RYAN F D. Gravitational waves from the inspiral of a compact object into a massive, axisymmetric body with arbitrary multipole moments [J]. *Physical Review D*, 1995, 52: 5707.
- [29] RYAN F D. Accuracy of estimating the multipole moments of a massive body from the gravitational waves of a binary inspiral [J]. *Physical Review D*, 1997, 56: 1845.
- [30] RYAN F D. Scalar waves produced by a scalar charge orbiting a massive body with arbitrary multipole moments [J]. *Physical Review D*, 1997, 56: 7732.
- [31] BARACK L, CUTLER C. Using LISA EMRI sources to test off-Kerr deviations in the geometry of massive black holes [J]. *Physical Review D*, 2007, 75: 042003.
- [32] BERTI E, BUONANNO A, WILL C M. Testing general relativity and probing the merger history of massive black holes with LISA [J]. *Classical and Quantum Gravity*, 2005, 22: S943-S954.
- [33] YAGI K, TANAKA T. Constraining alternative theories of gravity by gravitational waves from precessing eccentric compact binaries with LISA [J]. *Physical Review D*, 2010, 81: 064008.
- [34] YUNES N, PANI P, CARDOSO V. Gravitational waves from quasicircular extreme mass-ratio inspirals as probes of scalar-tensor theories [J]. *Physical Review D*, 2012, 85: 102003.
- [35] YAGI K. New constraint on scalar gauss-bonnet gravity and a possible explanation for the excess of the orbital decay rate in a low-mass X-ray binary [J]. *Physical Review D*, 2012, 86: 081504.
- [36] BERRY C P L, GAIR J R. Linearized f(R) gravity: gravitational radiation & solar system tests [J]. *Physical Review D*, 2011, 83: 104022.
- [37] YUNES N, KOCSIS B, LOEB A, et al. Imprint of accretion disk-induced migration on gravitational waves from extreme mass ratio inspirals [J]. *Physical Review Letters*, 2011, 107: 171103.
- [38] BARAUSSE E, REZZOLLA L, PETROFF D, et al. Gravitational waves from extreme mass ratio inspirals in nonpure Kerr spacetimes [J]. *Physical Review D*, 2007, 75: 064026.
- [39] GAIR J R, VALLISNERI M, LARSON S L, et al. Testing general relativity with low-frequency, space-based gravitational-wave detectors [J]. *Living Reviews in Relativity*, 2013, 16: 7.
- [40] PIOVANO G A, MASELLI A, PANI P. Model independent tests of the Kerr bound with extreme mass ratio inspirals [J]. *Physics Letters B*, 2020, 811: 135860.
- [41] GLAMPEDAKIS K, BABAK S. Mapping spacetimes with LISA: inspiral of a test-body in a 'quasi-Kerr' field [J]. *Classical and Quantum Gravity*, 2005, 23: 4167-4188.
- [42] NIU R, ZHANG X, LIU T, et al. Constraining screened modified gravity by space-borne gravitational-wave detectors [J]. *The Astrophysical Journal*, 2020, 890: 163.
- [43] HILS D, BENDER P L. Gradual approach to coalescence for compact stars orbiting massive black holes [J]. *The Astrophysical Journal*, 1995, 445: L7-L10.
- [44] SIGURDSSON S, REES M. Capture of stellar-mass compact objects by massive black holes in galactic cusps [J]. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 1997, 284: 318-326.
- [45] IVANOV P B. On formation rate of close binaries consisting of a super-massive black hole and a white dwarf [J]. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 2002, 336: 373-381.
- [46] HUGHES S A. Evolution of circular, non-equatorial orbits of Kerr black holes due to gravitational-wave emission: II. Inspiral trajectories and gravitational waveforms [J]. *Physical Review D*, 2001, 64: 064004.
- [47] BARACK L, CUTLER C. LISA capture sources: Approximate waveforms, signal-to-noise ratios, and parameter estimation accuracy [J]. *Physical Review D*, 2004, 69: 082005.
- [48] DRASCO S, HUGHES S A. Gravitational wave snapshots of generic extreme mass ratio inspirals [J]. *Physical Review D*, 2006, 73: 024027.
- [49] YUNES N, BUONANNO A, HUGHES S A, et al. Modeling extreme mass ratio inspirals within the effective-one-body approach [J]. *Physical Review Letters*, 2010, 104: 091102.
- [50] HAN W B. Fast evolution and waveform generator for extreme-mass-ratio inspirals in equatorial-circular orbits [J]. *Classical and Quantum Gravity*, 2016, 33: 065009.
- [51] PAN Y, BUONANNO A, CHEN Y B, et al. A physical template family for gravitational waves from precessing binaries of spinning compact objects: Application to single-spin binaries [J]. *Physical Review D*, 2004,

- 69: 104017.
- [52] GAIR J, WEN L Q. Detecting extreme mass ratio inspirals with LISA using time-frequency methods II: search characterization [J]. *Classical and Quantum Gravity*, 2005, 22: S1359–S1371.
- [53] WEN L Q, GAIR J R. Detecting extreme mass ratio inspirals with LISA using time-frequency methods [J]. *Classical and Quantum Gravity*, 2005, 22: S445–S452.
- [54] WEN L Q, CHEN Y B, GAIR J R. Extracting information about EMRIs using time-frequency methods [J]. *AIP Conference Proceeding*, 2006, 873: 595–604.
- [55] CORNISH N J. Detection strategies for extreme mass ratio inspirals [J]. *Classical and Quantum Gravity*, 2011, 28: 094016.
- [56] BABAK S, GAIR J R, SESANA A, et al. Science with the space-based interferometer LISA. V: Extreme mass-ratio inspirals [J]. *Physical Review D*, 2017, 95: 103012.
- [57] SHANKAR F, WEINBERG D H, MIRALDA J. Self-consistent models of the AGN and black hole populations: duty cycles, accretion rates, and the mean radiative efficiency [J]. *The Astrophysical Journal*, 2009, 690: 20–41.
- [58] SHANKAR F. Black hole demography: from scaling relations to models [J]. *Classical and Quantum Gravity*, 2013, 30: 244001.
- [59] GAIR J R, TANG C, VOLONTERI M. LISA extreme-mass-ratio inspiral events as probes of the black hole mass function [J]. *Physical Review D*, 2010, 81: 104014.
- [60] FERRARESE L, MERRITT D. A fundamental relation between supermassive black holes and their host galaxies [J]. *The Astrophysical Journal Letters*, 2000, 539: L9.
- [61] GEBHARDT K, BENDER R, BOWER G, et al. A relationship between nuclear black hole mass and galaxy velocity dispersion [J]. *The Astrophysical Journal Letters*, 2000, 539: L13.
- [62] BAHCALL J N, WOLF R A. Star distribution around a massive black hole in a globular cluster [J]. *The Astrophysical Journal*, 1976, 209: 214–232.
- [63] PRETO M, AMARO P. On strong mass segregation around a massive black hole: Implications for lower-frequency gravitational-wave astrophysics [J]. *The Astrophysical Journal Letters*, 2010, 708: L42.
- [64] AMARO P, PRETO M. The impact of realistic models of mass segregation on the event rate of extreme-mass ratio inspirals and cusp re-growth [J]. *Classical Quantum Gravity*, 2011, 28: 094017.
- [65] BERRY C, COLE R H, CANIZARES P, et al. Importance of transient resonances in extreme-mass-ratio inspirals [J]. *Physical Review D*, 2016, 94: 124042.
- [66] BABAK S, FANG H, GAIR J R, et al. "Kludge" gravitational waveforms for a test-body orbiting a Kerr black hole [J]. *Physical Review D*, 2006, 75: 024005.
- [67] CHUA A, KORSKOVA N, MOORE C J, et al. 2 Fast 2 fiducial: Gaussian processes for the interpolation and marginalization of waveform error in extreme-mass-ratio-inspiral parameter estimation [J]. *Physical Review D*, 2020, 101: 044027.
- [68] CHUA A, GAIR J R. Improved analytic extreme-mass-ratio inspiral model for scoping out eLISA data analysis [J]. *Classical Quantum Gravity*, 2015, 32: 232002.
- [69] CHUA A. Augmented kludge waveforms and Gaussian process regression for EMRI data analysis [J]. *Journal of Physics: Conference Series*, 2016, 716: 012028.
- [70] CHUA A, MOORE C J, GAIR J R. The fast and the fiducial: Augmented kludge waveforms for detecting extreme-mass-ratio inspirals [J]. *Physical Review D*, 2017, 96: 044005.
- [71] YUNES N, BUONANNO A, HUGHES S A, et al. Modeling extreme mass ratio inspirals within the effective-one-body approach [J]. *Physical Review Letters*, 2010, 104: 91102.
- [72] GAIR J R, MANDEL I, WEN L Q. Time-frequency analysis of extreme-mass-ratio inspiral signals in mock LISA data [J]. *Journal of Physics: Conference Series*, 2008, 122: 012037.
- [73] GAIR J R, MANDEL I, WEN L Q. Improved time-frequency analysis of extreme-mass-ratio inspiral signals in mock LISA data [J]. *Classical Quantum Gravity*, 2008, 25: 184031.

(责任编辑 王海蓉)